# Electromagnetismo
# Curso 2004
# Examen Febrero

**Problema 1**. Sea un circuito magnético formado por dos clases de materiales, el material A posee una permeabilidad magnética $\boldsymbol{\mu}$ y el material B responde a la curva de histéresis (B-H) modelada por la curva en la ***figura 2***.
El circuito magnético tiene un enrollado de ***N*** vueltas, por el que circula una intensidad de corriente ***I***.

a) Hallar la Intensidad $\boldsymbol{I_0}$, para que la inducción magnética B sea igual a $B_r$ en el circuito magnético.

b) Hallar la inducción magnética ***B*** y el campo magnético ***H,*** para valores de I mayores y menores a $I_0$ (en un entorno de $I_0$).

c) Hallar los valores de la autoinductancia para corrientes mayores y menores a $I_0$ (en un entorno de $I_0$).

**Nota:** *Se considera que todo el flujo esta confinado dentro del circuito magnético.*

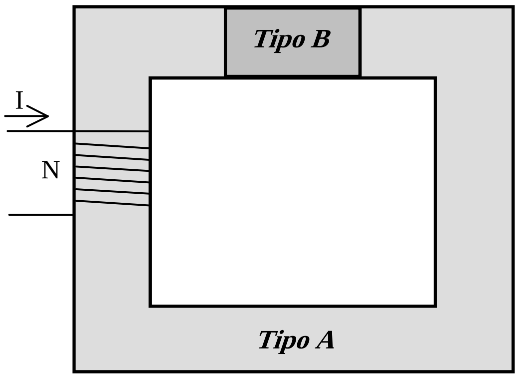



***Figura 1***

Datos:

| Material | Largo Medio | Sección |
|---|---|---|
| *Tipo A* | a | S |
| *Tipo B* | b | S |

**Relaciones para la parte b:**

1. $B_r = \mu H_r \dfrac{b}{a}$

2. $\dfrac{B_{SAT} - B_r}{H_{SAT}} = \mu \dfrac{b}{2a}$

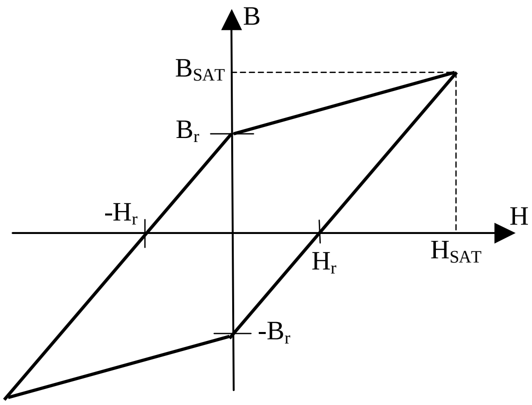



***Figura 2***

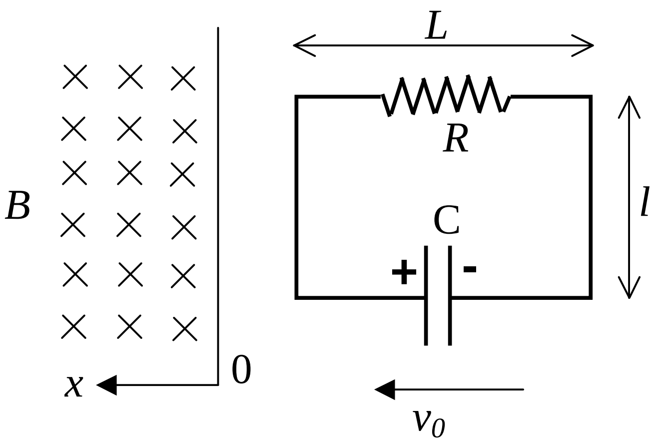
**Problema 2**. En la región del espacio correspondiente a $x > 0$ existe un campo magnético uniforme de módulo $B$ perpendicular al plano de la figura y en sentido entrante. Una espira plana rectángular de dimensiones $L$ x $l$ y masa $m$ se desplaza inicialmente con velocidad $v_0$ en la dirección del eje $x$ penetrando en la zona de campo magnético. Sea $t = 0$ el instante en que la espira comienza a penetrar en la región de campo magnético. La espira tiene una resistencia R y un condensador cuya carga en $t = 0$ es $Q_0$ con el signo indicado en la figura.

Mientras la espira <u>no ha penetrado totalmente</u> en el campo magnético:

a) Halle la carga del condensador para $t > 0$ en función de la velocidad $v$ de la espira, de $v_0$, $Q_0$ y demás parámetros. *Sugerencia: escriba la ecuación de movimento para la espira.*

b) Calcule la velocidad $v(t)$ de la espira a partir de su ingreso en el campo magnético.

c) Qué relación debe existir entre $v_0$, $Q_0$ (y demás parámetros) para que la espira penetre en el campo magnético a velocidad constante.




Sea $Q_1$ la carga del condensador en el instante $t_1$ en que la espira penetra totalmente en le campo magnético.

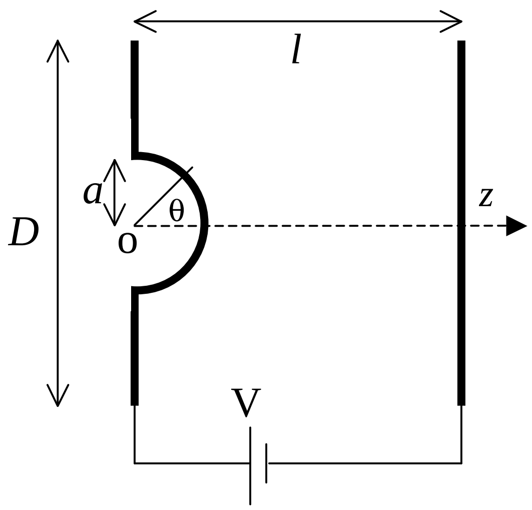
d) ¿Cuánto tiempo despúes de $t_1$ la carga del condensador se reduce a $e^{-1}Q_1$?

**Problema 3**. a) Halle el potencial eléctrico $\varphi(r,\theta)$ en torno a una esfera conductora descargada de radio $a$ colocada en una región del espacio donde (en ausencia de la esfera) existe un campo eléctrico constante $E_0$ orientado en la dirección $\theta = 0$. *Sugerencia: tenga en cuenta las siguientes funciones soluciones de la ecuación de Laplace en coordenadas esféricas:* $\varphi = cte, \varphi = r^{-1}, \varphi = r\cos\theta, \varphi = r^{-2}\cos\theta$

b) Calcule el campo eléctrico en la superficie de la esfera.

c) Calcule el campo eléctrico en el plano $\theta = \pi/2$ para $r > a$.

Considere ahora un condensador que tiene una placa circular plana perpendicular al eje $z$ de diámetro $D$ y una segunda placa cuya superficie es paralela a la anterior a no ser por una saliente en forma de hemisferio de radio $a$ centrada en el origen de coordenadas (ver figura). El condensador está cargado al potencial V.




d) Halle la densidad de carga en todos los puntos de la placa con la saliente hemisférica suponiendo que $D, l >> a$ y despreciando efectos de borde. Justifique claramente.

| | **Cartesianas** | **Cilíndricas** | **Esféricas** |
|---|---|---|---|
| $grad\,\psi=\nabla\psi$ | $\frac{\partial\psi}{\partial x}\hat{i}+\frac{\partial\psi}{\partial y}\hat{j}+\frac{\partial\psi}{\partial z}\hat{k}$ | $\frac{\partial\psi}{\partial\rho}\hat{\rho}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\hat{\varphi}+\frac{\partial\psi}{\partial z}\hat{z}$ | $\frac{\partial\psi}{\partial r}\hat{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\hat{\theta}+\frac{1}{r\,sen\theta}\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\hat{\varphi}$ |
| $div\,A=\nabla\cdot A$ | $\frac{\partial A_x}{\partial x}+\frac{\partial A_y}{\partial y}+\frac{\partial A_z}{\partial z}$ | $\frac{1}{\rho}\frac{\partial(\rho A_\rho)}{\partial\rho}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial A_\varphi}{\partial\varphi}+\frac{\partial A_z}{\partial z}$ | $\frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2 A_r)}{\partial r}+\frac{1}{r\,sen\theta}\frac{\partial(sen\theta A_\theta)}{\partial\theta}+$ <br> $+\frac{1}{r\,sen\theta}\frac{\partial A_\varphi}{\partial\varphi}$ |
| $rot\,A=\nabla\times A$ | $\left[\frac{\partial A_z}{\partial y}-\frac{\partial A_y}{\partial z}\right]\hat{i}+$ <br> $+\left[\frac{\partial A_x}{\partial z}-\frac{\partial A_z}{\partial x}\right]\hat{j}+$ <br> $+\left[\frac{\partial A_y}{\partial x}-\frac{\partial A_x}{\partial y}\right]\hat{k}$ | $\left[\frac{1}{\rho}\frac{\partial A_z}{\partial\varphi}-\frac{\partial A_\varphi}{\partial z}\right]\hat{\rho}+$ <br> $+\left[\frac{\partial A_\rho}{\partial z}-\frac{\partial A_z}{\partial\rho}\right]\hat{\varphi}+$ <br> $+\frac{1}{\rho}\left[\frac{\partial(\rho A_\varphi)}{\partial\rho}-\frac{\partial A_\rho}{\partial\varphi}\right]\hat{k}$ | $\frac{1}{r\,sen\theta}\left[\frac{\partial(sen\theta\,A_\varphi)}{\partial\theta}-\frac{\partial A_\theta}{\partial\varphi}\right]\hat{r}+$ <br> $+\left[\frac{1}{r\,sen\theta}\frac{\partial A_r}{\partial\varphi}-\frac{1}{r}\frac{\partial(rA_\varphi)}{\partial r}\right]\hat{\theta}+$ <br> $+\frac{1}{r}\left[\frac{\partial(rA_\theta)}{\partial r}-\frac{\partial A_r}{\partial\theta}\right]\hat{\varphi}$ |
| $Lapl\,\psi=\nabla^2\psi=$ <br> $=div\,(grad\,\psi)$ | $\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}$ | $\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left[\rho\frac{\partial\psi}{\partial\rho}\right]+\frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}$ | $\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left[r^2\frac{\partial\psi}{\partial r}\right]+\frac{1}{r^2\,sen\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left[sen\theta\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right]+$ <br> $+\frac{1}{r^2\,sen^2\theta}\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2}$ |