

## Electromagnetismo Examen Agosto 2005

### Problema 1

Un dipolo eléctrico  $\vec{p}$  se encuentra en el centro de una cavidad esférica vacía de radio  $R$ , la cual está inmersa en un material dieléctrico lineal de permeabilidad  $\epsilon$ . (ver figura 1)

Se pide calcular:

- a) El potencial eléctrico en todo el espacio.
- b) La densidad de carga superficial inducida.
- c) La carga total inducida.

Sugerencia: Considerar un potencial de la forma  $\phi(r, \theta) = (Ar + Br^{-2}) \cos \theta$  donde  $(r, \theta, \varphi)$  son coordenadas de un punto genérico, A y B son constantes a determinar para la región interior de la esfera y una forma similar para la región externa a la esfera.

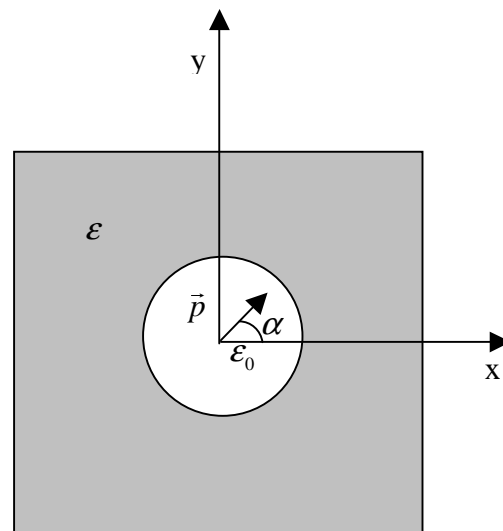


Figura 1

### Problema 2

Sea una espira de radio  $b$  de material no conductor que posee una densidad de carga lineal uniforme  $\lambda$ , ubicada en el plano XY, cuyo centro coincide con el origen de coordenadas y que puede girar libremente en dicho plano (ver figura 2).

La totalidad de la espira es atravesada por un campo magnético  $\vec{B} = B(t)\hat{k}$ , que solo posee componente según el eje  $z$  y es dependiente del tiempo. El campo es uniforme hasta  $t = 0$ , en donde disminuye en módulo en forma lineal  $B(t) = -\alpha t + B_0$  hasta llegar a valer cero ( $\alpha$  positivo).

- a) Calcule la Circulación sobre la espira del Campo Eléctrico inducido, en función del radio de la espira y demás constantes.
- b) Calcule el Torque ejercido sobre la espira a medida que el campo magnético va disminuyendo.
- c) Calcule el momento angular transferido a la espira. ¿Depende la velocidad angular final de la espira de la forma en la que el campo magnético disminuye? Explique.

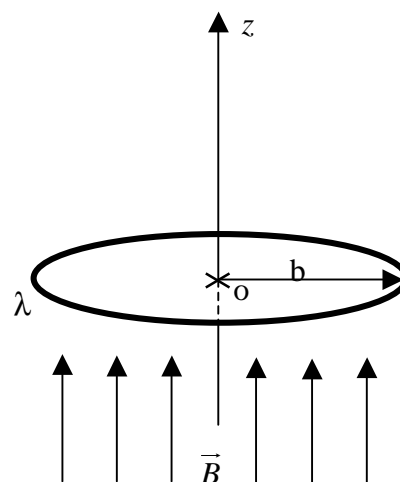


Figura 2

**Problema 3**

Considerar el circuito magnético de la figura 4. El núcleo es de un material lineal saturable cuya curva de magnetización se adjunta (ver figura 3). Se cumple  $\mu \gg \mu_0$ ,  $s \gg h^2$ , las ramas laterales del circuito es de sección  $S$ , y la rama central es de sección  $2S$ .

- a) Determinar el campo  $\vec{B}$  en el núcleo y en el entrehierro.
  - i) Cuando  $\mu$  se encuentra en la región lineal.
  - ii) Cuando  $\mu$  se encuentra en la región de saturación.
- b) Calcular la energía magnética en el entrehierro.
- c) Dado que la configuración de la figura es de equilibrio, hallar la masa  $m$  de la barra que puede girar respecto al punto A. (Suponga el material no satura, en la pregunta b) y c))

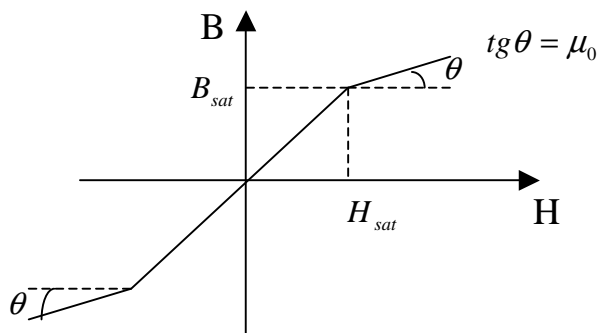


Figura 3

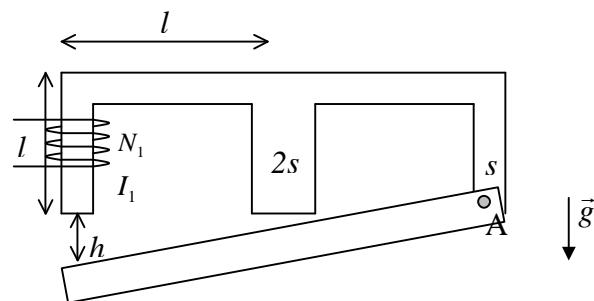


Figura 4

	<u>Cartesianas</u>	<u>Cilíndricas</u>	<u>Esféricas</u>
$grad \psi = \nabla \psi$	$\frac{\partial \psi}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial \psi}{\partial z} \hat{k}$	$\frac{\partial \psi}{\partial \rho} \hat{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \hat{\varphi} + \frac{\partial \psi}{\partial z} \hat{z}$	$\frac{\partial \psi}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$
$div A = \nabla \cdot A$	$\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho A_\rho)}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(\sin \theta A_\theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi}$
$rot A = \nabla \times A$	$\left[ \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right] \hat{i} + \left[ \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right] \hat{j} + \left[ \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right] \hat{k}$	$\left[ \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \right] \hat{\rho} + \left[ \frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \rho} \right] \hat{\varphi} + \frac{1}{\rho} \left[ \frac{\partial(\rho A_\varphi)}{\partial \rho} - \frac{\partial A_\rho}{\partial \varphi} \right] \hat{k}$	$\frac{1}{r \sin \theta} \left[ \frac{\partial(\sin \theta A_\varphi)}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial \varphi} \right] \hat{r} + \left[ \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \varphi} - \frac{1}{r} \frac{\partial(r A_\rho)}{\partial r} \right] \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial(r A_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right] \hat{\varphi}$
$Lapl \psi = \nabla^2 \psi = div(grad \psi)$	$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}$	$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left[ \rho \frac{\partial \psi}{\partial \rho} \right] + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}$	$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right] + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right] + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2}$