Electromagnetismo - Examen

Instituto de Física, Facultad de Ingeniería

17 de febrero de 2012

El estudiante deberá hacer un esfuerzo para comunicar claramente su razonamiento. Las respuestas correctas que no incluyan una correcta justificación, serán consideradas como incompletas.

Poner el nombre en todas las hojas.

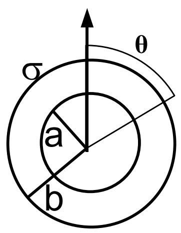
Se recuerda que la prueba es individual.

Ejercicio 1

El dispositivo de la figura consiste en una esfera conductora cargada maciza de radio $\boldsymbol{a}$. Concéntrica a ella un cascarón esférico de radio $\boldsymbol{b}$ ($\boldsymbol{a} < \boldsymbol{b}$), posee una distribución superficial de carga fija $\sigma(\theta) = \sigma_0 cos(\theta)$. Se toma como nulo el potencial en el infinito y al medir dicho potencial en la esfera conductora se observa que toma el valor V_0.

1. Calcule el potencial eléctrico en cada región del espacio. **Sugerencia:** Considere solo los polinomios de Legendre de orden 0 y 1, y luego justifique la validez del procedimiento.

2. Calcular la distribución superficial de carga inducida en la superficie de la esfera.

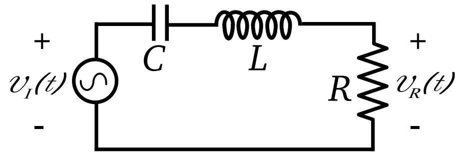


Recuerde que bajo hipótesis que es necesario detallar, el potencial solución de la ecuación de Laplace en coordenadas esféricas es:

$$\varphi(r,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(\cos\theta)\Big(A_n r^n + B_n r^{-(n+1)}\Big)$$

siendo los $P_n(\cos\theta)$ los polinomios de Legendre: ($P_0(\cos\theta) = 1$, $P_1(\cos\theta) = \cos\theta$,$P_2(\cos\theta) = \frac{1}{2}(3\cos^2\theta - 1)$, etc.)

Ejercicio 2



1. Considere el circuito de la figura, donde $v_I(t) = V_I cos(\omega t)$. Calcule $v_R(t)$.

2. Calcule la potencia media disipada en el circuito (P_m) y la energía disipada en un ciclo (E).

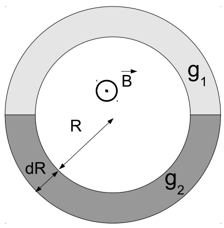
3. Considere ahora que $v_I(t) = 1\,(\cos(70\ t) + \cos(700\ t) + \cos(7000\ t))$ con las magnitudes expresadas en las unidades del SI. Considere también los siguientes valores para las componentes del circuito: $R = 1{,}0\ k\Omega$, $L = 2{,}1\ Hy$, $C = 1{,}0\ \mu F$. Calcule $v_R(t)$

Ejercicio 3

Considere dos cilindros concéntricos de radios R y $R + dR$ y altura infinita, con el espacio entre los cilindros relleno de dos materiales conductores distintos, tal como se muestra en la figura. Dichos materiales tienen conductividades g_1 y g_2 respectivamente y la misma permitividad ϵ_0. Solo en el espacio dentro del cilindro interno existe un campo magnético uniforme de dirección coincidente con el eje de los cilindros, $\vec{B} = B(t)\hat{k}$. Dicho campo magnético varía en el tiempo según $B(t) = \alpha t$, donde α es una constante conocida.

1. Hallar la densidad de carga $\sigma(t)$ en la interfaz entre los dos medios en función del tiempo siendo $\sigma(0) = 0$. Suponer que dR es lo suficientemente chico como para considerar que en cada medio el campo entre los cilindros es tangencial y uniforme en módulo.

2. Hallar la energía por unidad de longitud del cilindro disipada en el medio 1 luego de transcurrido un tiempo $t = t_0$.



	Cartesianas	Cilíndricas	Esféricas
$grad\psi = \nabla\psi$	$\frac{\partial\psi}{\partial x}\hat{x} + \frac{\partial\psi}{\partial y}\hat{y} + \frac{\partial\psi}{\partial z}\hat{z}$	$\frac{\partial\psi}{\partial\rho}\hat{\rho} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\hat{\varphi} + \frac{\partial\psi}{\partial z}\hat{z}$	$\frac{\partial\psi}{\partial r}\hat{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\hat{\theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\hat{\varphi}$