Electromagnetismo - Primer Parcial

Instituto de Física, Facultad de Ingeniería

29 de setiembre de 2011

Ejercicio 1

1. Considere la densidad volumétrica de carga siguiente:

$$\rho(x,y,z) = \begin{cases} \lambda z & \text{si } r < a \\ 0 & \text{si } r > a \end{cases} \qquad r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

Calcule la carga total y el momento dipolar de dicha distribución. Describa el potencial electrostático asociado para distancias al orígen r mucho mayores a la distancia a considerando únicamente el término no nulo de menor orden.

2. Considere la distribución anterior para $a \to 0$ pero manteniendo el momento dipolar $\vec{p}$ fijo (límite del dipolo puntual). Se coloca dicho dipolo puntual en el centro de un cascarón esférico conductor de radio R. Determine el campo electrostático en cualquier punto dentro del cascarón.

Sugerencia: Recuerde que bajo hipótesis que es necesario detallar, el potencial solución de la solución de Laplace en coordenadas esféricas es

$$\varphi(r,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(\cos\theta)\Big(A_n r^n + B_n r^{-(n+1)}\Big)$$

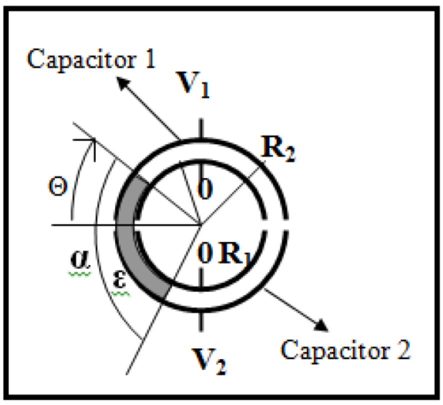
siendo los $P_n(\cos\theta)$ los polinomios de Legendre: ($P_0(\cos\theta) = 1$, $P_1(\cos\theta) = \cos\theta$,$P_2(\cos\theta) = \frac{1}{2}(3\cos^2\theta - 1)$, etc.)

Ejercicio 2

El sistema de la figura consiste de dos capacitores semi-cilíndricos. Cada uno de ellos consta de dos conductores con radios R_1 y R_2 ($R_1 < R_2$) y largo L ($L \gg R_2$). El capacitor 1 se encuentra a una diferencia de potencial V_1 y el capacitor 2 a una diferencia de potencial V_2. Un dieléctrico de permitividad ϵ, espesor $R_2 - R_1$ y que subtiende un ángulo α se coloca en el interior de ambos capacitores como indica la figura. Se despreciarán los efectos de borde y se supondrá que los campos eléctricos son radiales.

1. Calcular las cargas y las energías electrostáticas de cada condensador en función de Θ (ver dibujo) y de las diferencias de potencial entre las placas para cada uno de los capacitores.

2. Calcular el momento de la fuerza electrostática sobre el dieléctrico.



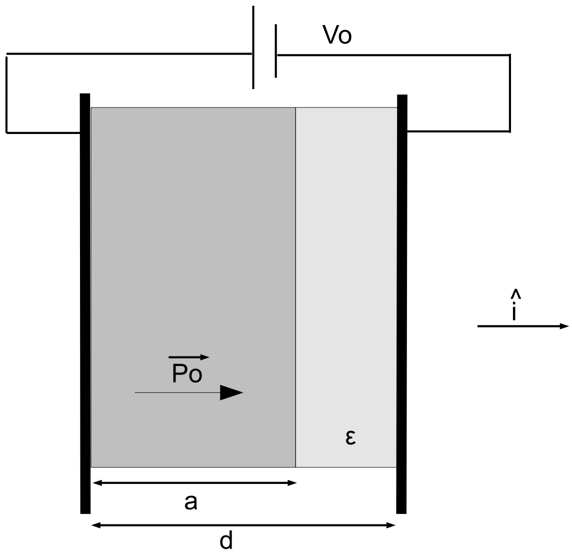
Ejercicio 3

Dos placas conductoras paralelas infinitas, separadas a una distancia d, se fijan a una diferencia de potencial V_0, como se muestra en la figura. La zona entre las placas contiene dos materiales dieléctricos distintos, separados por una interfaz plana paralela a las placas conductoras, que se encuentra a una distancia a de una de ellas. El material dieléctrico que se encuentra pegado a la placa de mayor potencial tiene polarización constante $\overrightarrow{P} = P_0\hat{i}$ (ver figura). El otro es un dieléctrico lineal de permitividad ε. No hay carga libre en la zona entre las placas.

1. Verificar que la ecuación de Laplace se cumple en el interior de cada dieléctrico.

2. Hallar el campo eléctrico en todo punto entre las placas.

3. Hallar las densidades de carga libre y de polarización sobre las placas y sobre la interfaz.



	Cartesianas	Cilíndricas	Esféricas
$grad\psi = \nabla\psi$	$\frac{\partial\psi}{\partial x}\hat{x} + \frac{\partial\psi}{\partial y}\hat{y} + \frac{\partial\psi}{\partial z}\hat{z}$	$\frac{\partial\psi}{\partial\rho}\hat{\rho} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\hat{\varphi} + \frac{\partial\psi}{\partial z}\hat{z}$	$\frac{\partial\psi}{\partial r}\hat{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\hat{\theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\hat{\varphi}$