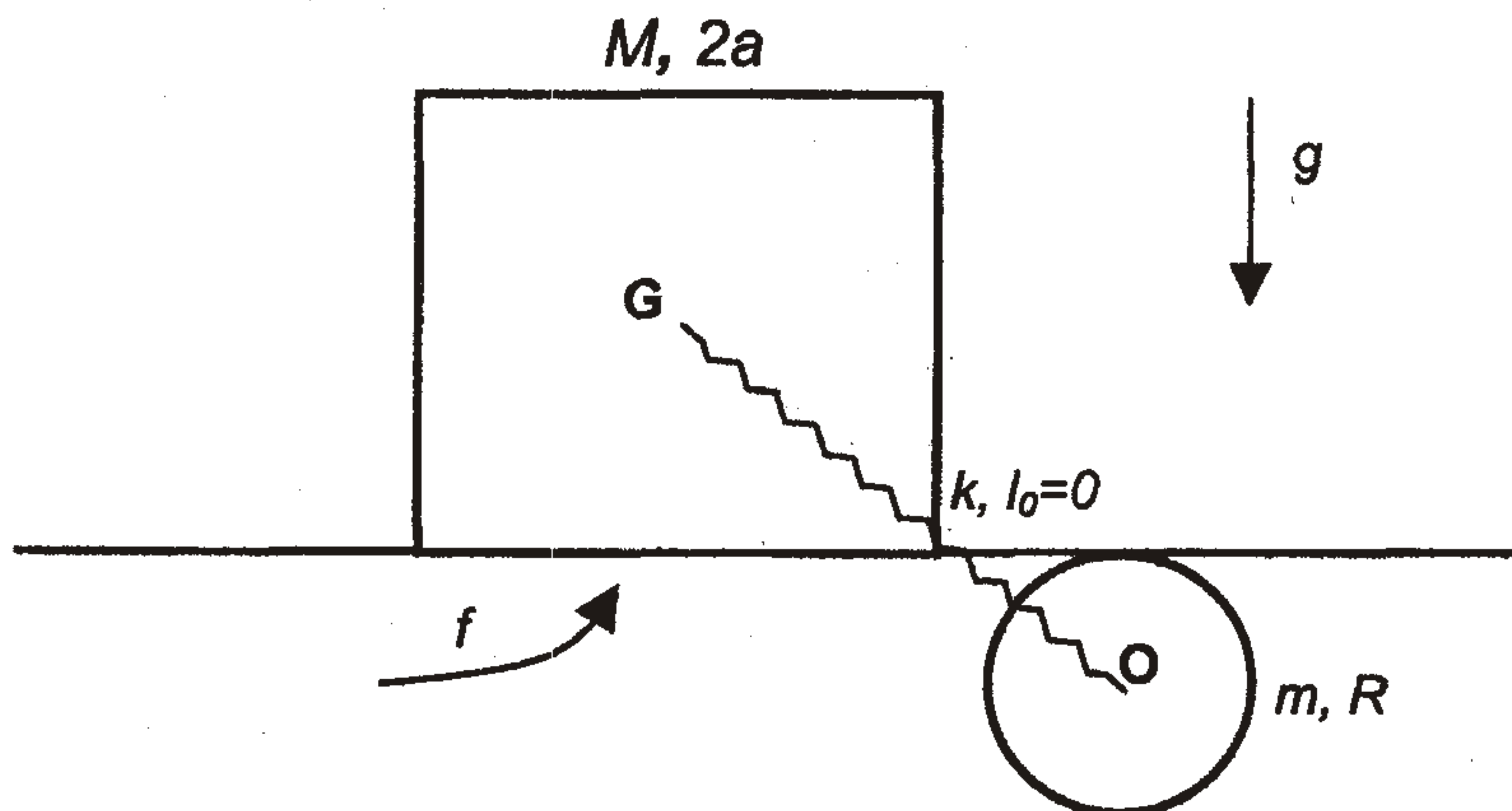


Instituto de Física – Facultad de Ingeniería
2^{do} Parcial de Mecánica Newtoniana
 14 de julio de 2005

Ejercicio 1. Una placa cuadrada y homogénea de masa M y lado $2a$ se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal, siendo el contacto rugoso con coeficiente de rozamiento f . Sobre el lado inferior de la superficie se apoya un disco homogéneo de masa m y radio R , cuyo centro O está unido al centro G de la placa por medio de un resorte de constante k y longitud natural nula. En el instante inicial el disco es lanzado hacia la derecha, siendo la velocidad de su centro v_0 y encontrándose dicho centro en la recta vertical que pasa por G . Suponiendo que la placa permanece en reposo y que el disco no se desprende de la superficie, ni desliza sobre ella:

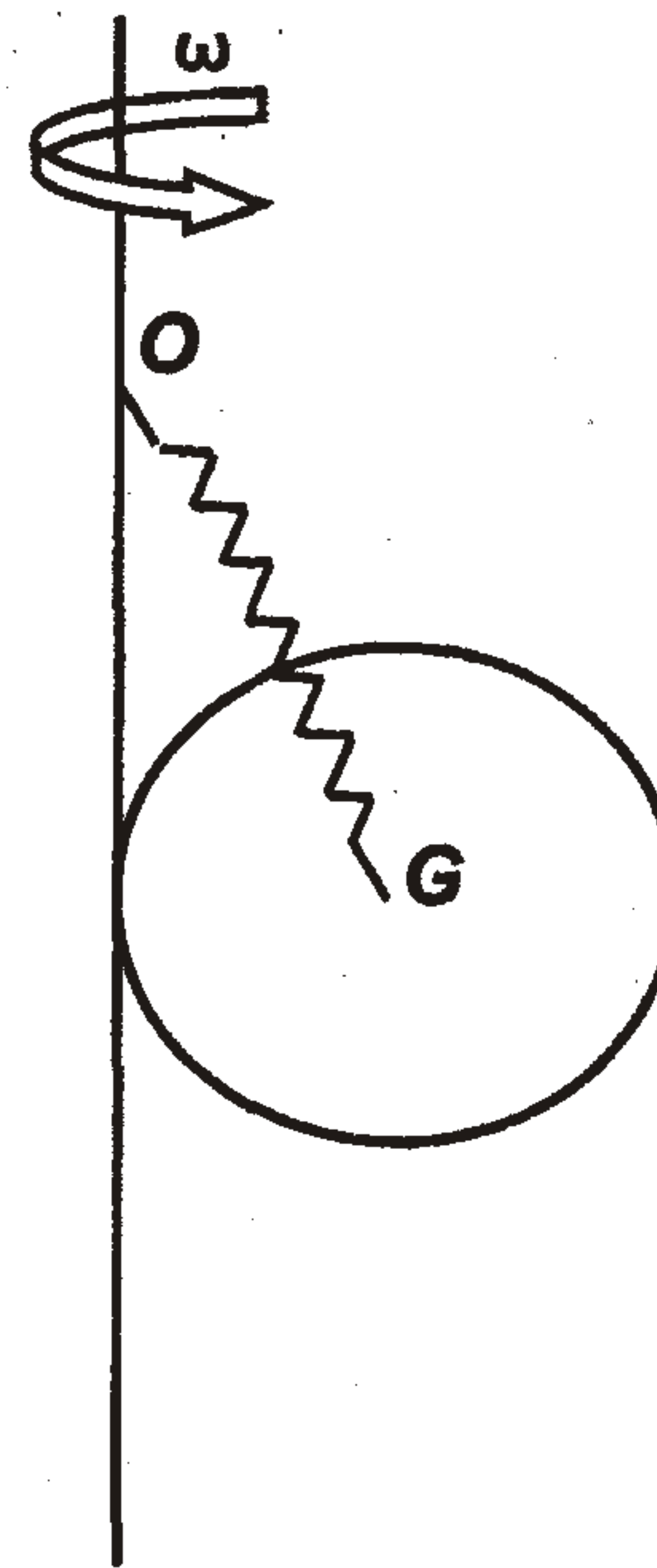
- a) i) Hallar la condición para que el disco permanezca efectivamente apoyado sobre la superficie.
 ii) Hallar la ecuación de movimiento del disco.

- b) i) ¿Cuál es la condición para que la placa no deslice en ningún momento, suponiendo que no vuelca?
 ii) ¿Cuál es la condición para que la placa no vuelque en ningún momento suponiendo que no desliza?



Expresar las condiciones en función de los parámetros del problema (M, m, a, R, k, v_0).

Ejercicio 2. Un disco homogéneo de masa m y radio r , está en contacto con una guía vertical fija. El contacto entre el disco y la guía es rugoso con coeficiente de fricción f . El disco está contenido en un plano vertical Π , el cual gira alrededor de la guía con velocidad angular ω constante. Sobre el disco se aplica un momento M contenido en el plano de modo que dicho movimiento sea posible. Un resorte de constante k y longitud natural nula une el centro G del disco con un punto fijo O de la guía. Inicialmente el resorte está horizontal, la velocidad angular del disco respecto a Π es nula, y la componente vertical de la velocidad de su centro G es v_0 dirigida hacia abajo.



- a) i) Determinar las ecuaciones de movimiento mientras el disco desliza, suponiendo que permanece apoyado en la guía.
 ii) Hallar la condición para que el disco permanezca apoyado en la guía.

b) En el caso $f=1$, $\frac{k}{m} - \omega^2 = \frac{g}{r}$, hallar las leyes horarias del movimiento.

c) En las condiciones anteriores, hallar la ecuación algebraica que determina el instante de tiempo en que el disco comienza a rodar sin deslizar.

d) Determinar M en función del tiempo mientras el disco desliza.

Ejercicio 3. Un sistema rígido está formado por dos masas puntuales m_1 y m_2 unidas por una varilla rígida y sin peso de longitud $2l$. La masa m_1 está apoyada en un plano horizontal y la masa m_2 está apoyada en un plano inclinado con ángulo $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$.

No hay rozamiento entre las masas y los planos. Una cuerda de masa despreciable, unida a m_2 , se extiende paralela al plano inclinado y pasa por una polea de inercia despreciable. Del otro extremo de la cuerda se cuelga una tercera masa M , ver figura.

- Halle la ubicación del centro de masas y el tensor de inercia del sistema rígido.
- Escriba un sistema de ecuaciones que determine la ecuación del movimiento y las reacciones sobre M y el sistema rígido.
- Halle qué condición deben verificar los parámetros del problema para que exista por lo menos una configuración de equilibrio con $0 < \theta < \beta$. Si se cumple esta condición, hallar todas las configuraciones de equilibrio.
- Encuentre una ecuación que relacione las coordenadas y sus derivadas primeras, es decir una preintegral del movimiento.

