

Mecánica Newtoniana

Examen

Universidad de la República
Facultad de Ingeniería – Instituto de Física

23 de diciembre de 2010

Ejercicio 1

Una partícula de masa m se mueve bajo la acción de una fuerza central de la forma:

$$\vec{F}(r) = \begin{cases} \frac{-GMm}{R^3} r \hat{e}_r & 0 \leq r < R \\ \frac{-GMm}{r^2} \hat{e}_r & R \leq r \end{cases}$$

siendo G la constante de gravitación universal y M una constante con dimensión de masa.

1. Halle la función energía potencial $U(r)$ de la cual proviene esta fuerza y bosqueje su forma. Considere que el potencial se anula en el infinito.
2. Suponiendo que el momento angular y la energía de la partícula son:

$$\ell = m\sqrt{\frac{GMR}{32}}, \quad E = -\frac{5GMm}{4R}$$

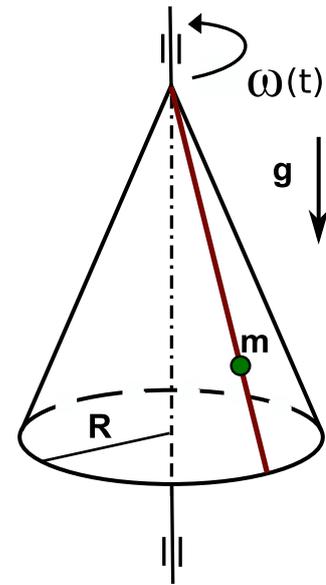
demuestre que la partícula se mantiene con $r < R$ en todo su movimiento, hallando los puntos de acercamiento máximo y mínimo al origen.

3. Encuentre la función $f(r)$ que satisface la ecuación $f(r) = \frac{dr}{d\theta}$ (ésta permitiría calcular la trayectoria para la partícula).

Ejercicio 2

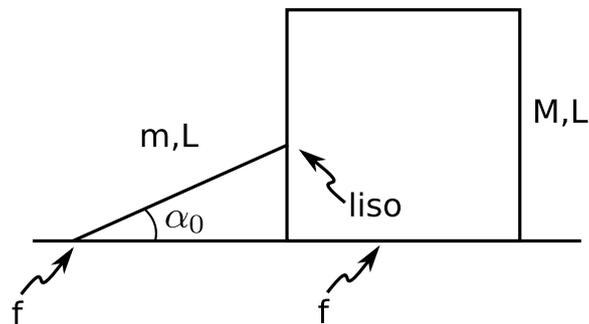
Un cono recto de altura h y radio a la base R puede girar libremente alrededor de su eje vertical (momento de inercia I con respecto a este eje). Sobre una ranura practicada a lo largo de una generatriz del cono se puede mover sin fricción una partícula de masa m . Suponga que en el instante inicial el cono está girando con velocidad angular $\omega(t = 0) = \omega_0$ y la partícula está ligeramente apartada del vértice del cono y en reposo con respecto al mismo.

1. Halle la expresión para la velocidad absoluta de la partícula cuando alcanza la base del cono.
2. Si la base del cono está a altura h por encima de un plano horizontal, halle la expresión para la velocidad con la que la partícula alcanzará el piso.



Ejercicio 3

Una barra de masa m y largo L se encuentra apoyada sobre una placa cuadrada de lado L y masa M ($2M = m$). El contacto entre los rígidos es liso, mientras que el contacto de ambos con el piso es rugoso de coeficiente $f = 0,4$ (considere que los coeficientes de rozamiento estático y dinámico son iguales).



1. ¿Para qué valores de α_0 el sistema permanece en equilibrio?
2. Asuma ahora que, para el valor de α_0 considerado, el sistema no permanece en equilibrio, sino que la barra se mueve sin deslizar y la placa desliza pero no vuelca. Calcule la aceleración angular para la barra en un entorno del instante inicial.