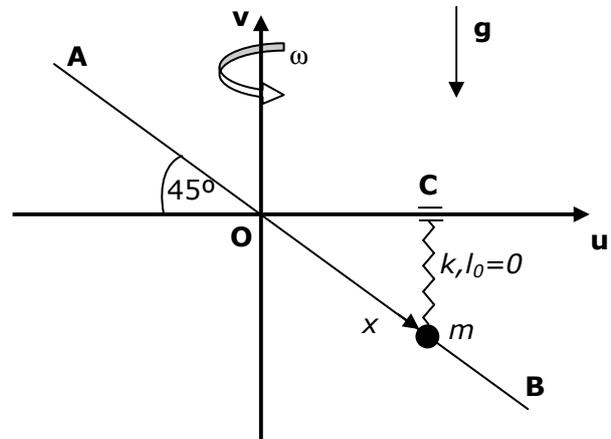


Facultad de Ingeniería – Universidad de la República
Examen de Mecánica Newtoniana
5 de agosto de 2005

1.- Una partícula de masa m puede deslizar sin fricción, mediante un vínculo bilateral, sobre una guía **AB**. La coordenada x ubica a la partícula sobre la guía, a partir del punto **O**.

La partícula está además unida a uno de los extremos de un resorte de constante k y longitud natural nula. El otro extremo del resorte está obligado a moverse sobre la guía horizontal **Ou**, que forma un ángulo de 45° con la guía **AB**. Se asumirá que el resorte permanece siempre en posición vertical, su contacto con **Ou** no tiene fricción.



Las guías **AB** y **Ou** determinan un plano que está girando con velocidad angular ω constante alrededor del eje vertical **Ov**.
En este problema actúa el peso.

- Halle la ecuación de movimiento relativo a la guía **AB** de la masa m , en términos de la coordenada x .
- Halle las posiciones de equilibrio relativo de m . Discuta estas posiciones según los parámetros del problema (k, m, ω).
- Estudie la estabilidad de las posiciones de equilibrio, según los parámetros del problema (k, m, ω).
- Suponga que $k > m\omega^2$ y que la partícula es lanzada desde **O** con velocidad despreciable. Calcule el trabajo realizado (en un referencial absoluto) por las reacciones sobre la partícula, entre el instante inicial y un instante en que alcanza la posición de equilibrio.

2.- Una partícula de masa m está sometida a una fuerza central de la forma:

$$\vec{F}(r) = \begin{cases} 0 & r < l_0 \\ -k(r-l_0)\frac{\vec{r}}{r} & r \geq l_0 \end{cases}$$

donde r es la distancia al centro de fuerza **O**, y k y l_0 son constantes positivas.

a) En el instante inicial $t = 0$ la partícula se encuentra en el origen **O** con velocidad de módulo v_0 .

- Halle la máxima distancia al punto **O** que puede alcanzar la partícula.
- Halle el tiempo (t_1) que le toma a la partícula alcanzar la distancia de la pregunta anterior y bosqueje la ley horaria entre $t = 0$ y $t = t_1$.

b) Para las siguientes preguntas considere ahora que la partícula se encuentra inicialmente a una distancia $2l_0$ de **O** con velocidad perpendicular a \vec{r} de módulo v_i .

- ¿Para qué valor de v_i la partícula describe una trayectoria circular?
- Halle la condición que debe verificar v_i para que en algún instante sea $r < l_0$.
- Suponiendo que se verifica la condición anterior, halle la distancia mínima al origen que alcanza la partícula en su movimiento.

3.- Un disco homogéneo de masa m y radio r tiene un movimiento sobre un plano horizontal fijo con las siguientes características para todo instante:

- I) rueda sin deslizar apoyado sobre el plano,
- II) debido a ciertas condiciones iniciales su centro de gravedad, \mathbf{G} , no se mueve y está a una altura $h = r \operatorname{sen} \theta$ respecto al plano.

- a) Sea $\dot{\phi}$ la velocidad angular del plano vertical que pasa por \mathbf{G} y el punto de contacto entre el disco y el plano horizontal. Halle el vector velocidad angular del disco, $\vec{\omega}$, en función de $\dot{\phi}$.
- b) Halle la reacción sobre el disco en el punto de contacto con el plano horizontal.
- c) Halle el vector momento angular, $\mathbf{L}_{\mathbf{G}}$, del disco en función de $\dot{\phi}$.
- d) ¿Cuál debe ser el valor de $\dot{\phi}$ para que el movimiento del disco sea el descripto?

